АНИЗОТРОП ВА ИЗОТРОП ЖИСМЛАР УЧУН ТЕРМОЭЛАСТИК БОҒЛИҚ МАСАЛАНИНГ ИККИ ЎЛЧОВЛИ ҲОЛАТДАГИ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ

Достонбек Эгамназар ўғли Абдураимов
Гулистон давлат университети
abduraimov.dostonbek@mail.ru

Абдураим Намазович Адилов
Гулистон давлат университети
19abdu60@mail.ru

Алишер Пардабо ўғли Турдиев
Гулистон давлат университети
alisher_turdiyev1998@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Термоэластиклик назариясида қаттиқ жисм мувозанати термодинамик система сифатида қаралади.Термоэластиклик назариясида кенг масалалар синфи ўрганилади.У ўзининг ичига умумлашган иссиқлик тарқалиш назарияси ва умумлашган температуравий кучланишлар назариясини олади. Мақолада анизотроп ва изотроп жисмлар учун термоэластик боғлиқ масаланинг икки ўлчовли ҳолатининг чегаравий шартлар аосида айирмали сҳемаларга келтириб математик модели қурилган.

Калит сўзлар: Физик, изотроп, поликристалл, чўзиш, чиғирлаш, боғлаш, анизотроп, итерацион, эластик.

A MATHEMATICAL MODEL OF A TERMOELASTIC DEPENDENT PROBLEM FOR ANISOTROPIC AND ISOTROPIC BODIES IN A TWO-DIMENSIONAL STATE

Dostonbek Egamnazar ugli Abduraimov
Guliston State University
abduraimov.dostonbek@mail.ru

Abduraim Namazovich Adilov
Guliston State University
19abdu60@mail.ru

Alisher Pardabo ugli turdiev
Guliston State University
alisher_turdiyev1998@mail.ru

ABSTRACT

In the theory of thermoelasticity, the equilibrium of a solid is considered as a thermodynamic system. In the theory of thermoelasticity, a wide class of problems is studied. The paper constructs a mathematical model of the two-dimensional state of thermoelastically related problems for isotropic and anisotropic bodies by reducing them to differential schemes on the basis of boundary conditions.

Keywords: Physical, isotropic, polycrystalline, elongated, twisted, bonded, anisotropic, iterative, elastic.

КИРИШ

Жисмнинг деформацияси ундаги температуранинг ўзгариши билан ажралмас ҳолда боғлиқдир. Вақт ўтиши билан деформацияларнинг ўзгариши температуранинг ўзгаришига олиб келади ва аксинча температураларнинг ўзгариши деформацияларнинг ўзгаришига олиб келади. Жисмнинг ички енергияси деформациялар ва темпаратурага боғлиқдир. Дастлабки ҳолатда жисм темпаратурага эга бўлсин, кўрсатилган дастлабки ҳолатни табиий ҳолат деб атаймиз.Ташқи кучлар таъсирида ва темпаратуранинг ўзгариши натижасида (қизиш ёки совуш) жисм деформацияланади.

Бунинг натижасида жисмда U_i кўчишлар юзага келади. Темпаратуранинг орттирмаси

$$\theta = T - T_0 \tag{1}$$

Бу ерда $-T$ жисмнинг x нуқтадаги абсолют темпаратураси.

Темпаратуранинг ўзгариши билан бир қаторда ε_{ij} деформациялар ва σ_{ij} кучланишлар юзага келади. Санаб ўтилган λ_{ij} ва σ_{ij} лар координаталар вақтга боғлиқ функциялардир.

Бундан ташқари жисмнинг термомеханик хоссаларини аниқловчи константалар темпаратурага боғлиқ эмас, деб ҳисоблаймиз. Бундан ташқари деформацияларнинг ўзгаришини ҳам жуда кичкина деб ҳисоблаймиз. Яъни бундан кейин биз чизиқли термоэластикликни қараймиз.

Шунинг учун кўчишлар ва деформациялар орасидаги муносабат чизиқли кўринишга эгадир.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right) \tag{2}$$

Деформациялар тензорининг компоненталари ихтиёрий функция бўлиши мумкин эмас. Улар қуйидаги муносабатларни қаноатлантириши шарт.

$$\varepsilon_{ij,kl} + \varepsilon_{kl,ij} - \varepsilon_{jl,ik} - \varepsilon_{ik,jl} = 0 \qquad i,j,k,l = 1,2,3 \tag{3}$$

Бизнинг асосий вазифамиз кучланишлар тензори ε_{ij} ни деформациялар тензори σ_{ij} ва T темпаратура билан боғловчи муносабатни аниқлашдан иборатдир.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} - \beta_{ij}\theta \tag{4}$$

(4)-муносабат термоэластик ҳолат учун умумлаштирилган Гук қонуни, бундан ташқари бу муносабат анизотроп жисмлар учун Дюгамел-Нейман муносабати дейилади.

Бу ерда:

ε_{ij} ва β_{ij} изотермик ҳолатга мос келувчи жисмни характерловчи константалардир. Бундан ташқари C_{ijkl} анизотроп жисмнинг қаттиқлигини аниқловчи коэффициентлар, β_{ij} эса жисмнинг механик ва темпаратурага боғлиқ хоссаларини аниқловчи катталикдир. C_{ijkl} симметрик тензордир.

$$C_{ijkl} = C_{jikl}, \; C_{ijkl} = C_{ijlk}, \; C_{ijkl} = C_{klij} \qquad (5)$$

Бундан ташқари умумлашган иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасини келтирамиз.

$$\lambda_{ij} T_{,ij} - C_\varepsilon \dot{t} \quad - \quad {}_{ij} \quad \varepsilon_{ij} = -W \qquad (6)$$

ёки

$$\lambda_{ij} \theta_{,ij} - C_\varepsilon \theta - T \cdot \beta_{ij} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} = -W \qquad (7)$$

Бу ерда, C_ε -доимий темпаратурадаги иссиқлик сиғими, W -вақт бирлигида ҳажм бирлигидаги ажраб чиқадиган иссиқлик миқдори, λ_{ij} -иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентлари. (6) – тенгламани ҳаракат тенгламаси билан биргаликда қараш керак.

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \ddot{u}_i \qquad (8)$$

(6) ва (8) тенгламалар термоэластик анизотроп жисмларнинг тўлиқ дифференциал тенгламасини ташкил қилади.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДОЛОГИЯ

Юқорида келтирилган муносабатлардан келиб чиқиб анизотроп жисмлар учун термоэластикликнинг боғлиқ динамик чегаравий масаласини қараб чиқамиз.

Изотроп ва анизотроп жисмлар учун термоэластикликнинг боғлиқ динамик чегаравий масаласини қараб чиқамиз: у ҳаракат тенгламаси

$$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \ddot{\ } \qquad (9)$$

Дюгамель-Нейман муносабати

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \alpha_T (3\lambda + 2\mu)(T - T_0)\delta_{ij} \qquad (10)$$

ва умумий ҳолда иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси

$$\lambda_{ij} T_{,ij} - C_\varepsilon \dot{T} - T \cdot \beta_{ij} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} = 0 \qquad (11)$$

(9) – тенглик икки ўлчовли ҳолда қуйидагича бўлади:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + X_1 = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + X_2 = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{cases} \quad (12)$$

Изотроп жисмлар учун иссиқлик тарқалиш тенгламаси:

$$\lambda_0 (\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) - C_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T_0 (\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t}) = 0 \quad (13)$$

МУҲОКАМА ВА НАТИЖАЛАР

Харакат тенгламаси ва Дюгамель-Нейман муносабатиларидан фойдаланган холда мувозанат тенгламасига қўйсак қуйидаги кўринишга келади:

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \alpha_T (3\lambda + 2\mu)\frac{\partial T}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \alpha_T (3\lambda + 2\mu)\frac{\partial T}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{cases} \quad (14)$$

$$\lambda_0 (\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) - C_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T T_0 (\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t}) = 0 \quad (15)$$

(14) ва (15) тенглама мос равишда бошланғич ва чегаравий шартлар

$$u(x, y, t)\big|_{t=0} = \varphi_1, \ \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = \psi_1, \ v(x, y, t)\big|_{t=0} = \varphi_2, \ \frac{\partial v}{\partial t}\Big|_{t=0} = \psi_2$$

$$T(x, y, t)\big|_{t=0} = T_0; \ u(x, y, t)\big|_{\sum} = u_0; \ v(x, y, t)\big|_{\sum} = v_0; \ T(x, y, t)\big|_{\sum} = \overline{T}_0(t) \quad (16)$$

билан сонли ечилади.

Бу ерда, $\lambda, \mu -$Ламе коэффициентлари, $\lambda_0 -$иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти, $\alpha_T -$иссиқлик кенгайиш коэффициенти, $C_\varepsilon -$ ўзгармас температурадаги иссиқлик сиғими, $T -$температура, $\rho -$жисм зичлиги. (6) ва (7) тенгламалар турли муносабатларда сонли ечилади.

ХУЛОСА

Хулоса ўрнида шуни айтиш лозимки, келтирилган формулулар асосида математик модел қурилган.Қурилган математик модел асосида алгоритмлар хосил қилиб, алгоритм асосида композит материалларнинг кучланганлик ҳолатини

аниқлашни дастурий таъминотини яратиш мумкин.Бундан ташқари амалиётда учрайдиган кўплаб масалаларни математик моделлари термоэластик ёки термопластик боғлиқ ва боғлиқ бўлмаган масалаларни ўрганишга келтирилади, келгусидаги илмий тадқиқотларимизни боғлиқ масалаларга қўшимча ташқи таъсирлар орқали унинг ҳолатини ўзгаришини, уларни сонли ечиш усулларини ўрганиш ва бу масалаларнинг дастурий таьминотини яратиш билан давом эттирамиз.

REFERENCES

1. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. - М.: Мир, 1970. -256 с.
2. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы матиматической теории термовязко упрогости.-М.: Наука, 1980. -280 с.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1983. - 646 с.
4. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности.-М.: МГУ, 1996. – 343 с.